

# Metodologija za formiranje, računanje i objavljivanje krive prinosa Republike Srpske

## Opšte odredbe

- (1) Kriva prinosa prikazuje odnos između prinosa i roka do dospeljeća koja se procjenjuje na osnovu cijene dužničkih hartija od vrijednosti Republike Srpske.
- (2) Kriva prinosa se počinje računati i objavljivati od 11.05.2011, što je ujedno i prvi datum emisije trezorskih zapisa.
- (3) Kriva prinosa se objavljuje dnevno nakon zaključenja trgovanja na internet stranicama Banjalučke berze ([www.blberza.com](http://www.blberza.com)).
- (4) Berza objavljuje procijenjene prinose do dospeljeća za raspon od jednog mjeseca do petnaest godina.
- (5) Kriva prinosa je informativnog karaktera i Banjalučka berza nije odgovorna za poslovne odluke koje se donose na osnovu krive prinosa.

## Kriterijumi za odabir dužničkih hartija od vrijednosti

Prilikom izbora dužničkih hartija od vrijednosti koje ulaze u model za procjenu krive prinosa, primjenjujemo, na dnevnoj osnovi, tri skupa validacije. Validacija se odvija redom po skupu i zatim po pravilima unutar skupa.

1. Osnovni skup validacije
  - i. Obveznice sa varijabilnim kuponima, obveznice vezane za inflaciju i ostale obveznice sa posebnim karakteristikama neće biti izabrane u model.
  - ii. Obveznice i trezorski zapisi koji imaju preostalu vrijednost glavnice manju od 5 miliona KM će biti isključeni iz modela
2. Likvidni skup validacije
  - i. Tržišni podaci, onih dužničkih hartija od vrijednosti čiji je broj dana trgovanja u posljednjih mjesec dana manji od 7 dana, se zamjenjuju sa podacima od posljednjeg datuma trgovanja, '*posljednji likvidni dan*', kada je broj dana trgovanja u jednom mjesecu veći ili jednak od 7 dana. U slučaju da ne postoji *posljednji likvidni dan* za određenu hartiju od vrijednosti, njeni tržišni podaci se zamjenjuju sa podacima zabilježenim na datumu javne ponude.
  - ii. Nakon što su tržišni podaci *nelikvidnih* hartija od vrijednosti podešeni na *posljednji likvidni dan* ili datum javne ponude, hartije od vrijednosti čiji je 'podešeni' posljednji datum trgovanja stariji od jednog mjeseca se isključuju iz modela.

### 3. Ročni skup validacije

- i. Obveznice koje imaju rok do dospijea manji od godinu dana, izražen kroz Makulijevo trajanje, neće biti izabrane. Ovo pravilo se ne odnosi na trezorske zapise.
- ii. U slučaju trezorskih zapisa, provjeravamo jedinstvenosti roka do dospijea za dati datum trgovanja. U slučaju da postoje trezorski zapisi sa istim rokom do dospijea, odabiraće se onaj sa posljednjim datumom trgovanja. Dodatno, ako postoji više nego jedan trezorski zapis sa posljednjim datumom trgovanja, odabiraće se onaj sa najvećom tržišnom kapitalizacijom.

## Opis modela koji se koristi za procjenu krive prinosa

Procjena krive prinosa se vrši primjenom Svensonovog modela<sup>1</sup> za promptnu stopu. Model je definisan slijedećom formulom:

$$\overline{YTM}_t(\theta, m) = \beta_0 + \beta_1 \left( \frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau_1}}}{\frac{m}{\tau_1}} \right) + \beta_2 \left( \frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau_1}}}{\frac{m}{\tau_1}} - e^{-\frac{m}{\tau_1}} \right) + \beta_3 \left( \frac{1 - e^{-\frac{m}{\tau_2}}}{\frac{m}{\tau_2}} - e^{-\frac{m}{\tau_2}} \right)$$

Formula 1

gdje su:

$\theta$	-	$[\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3, \tau_1, \tau_2]$ vektor parametara koji se procijenjuju u Svensonovom modelu
$m$	-	Dospijea promptne stope

Procjena parametara se vrši minimizacijom sume ponderisanih kvadratnih odstupanja između 'prljave' tržišne cijene i procijenjene cijene. Numerički problem, za datum trgovanja  $t$ , se može predstaviti slijedećom formulom:

$$\min_{\theta} \sum_{n=1}^N w_{n,t} \times (P_{n,Ldt} - \hat{P}(\theta)_{n,Ldt})^2$$

Formula 2

gdje su:

$n$	-	Jedna dužnička HOV, N – ukupan broj dužničkih HOV
$Ldt$	-	Posljednji datum trgovanja dužničke HOV n
$P_{n,Ldt}$	-	'Prljava' tržišna cijena na datum $Ldt$
$\hat{P}(\theta)_{n,Ldt}$	-	Procijenjena cijena na datum $Ldt$ za dati vektor $\theta$
$w_{n,t}$	-	ponder dužničke HOV n

<sup>1</sup> Svensson, L. E., (1994): „Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994“, Centre for Economic Policy Research, Discussion Paper No 1051.

U nastavku su definisane funkcije za obračun 'prljave' tržišne cijene, procijenjene cijene i pondera na određeni datum trgovanja  $t$  i dužničku hartiju od vrijednost  $n$ .

### I. 'Prljava' tržišna cijena

$$P_{n,Ldt} = TržišnaCijena_{n,Ldt} + 100 \times \frac{AC_{n,Ldt}}{RP_{n,Ldt}}$$

Formula 3

gdje su:

$AC_{n,Ldt}$  -  $Kamata_{n,c} \times \frac{Ldt_n - PočetakKupona_{n,c}}{KrajKupona_{n,c} - PočetakKupona_{n,c}}$ , gdje je  $c$  prvi slijedeći kupon čiji je datum dospijeca veći od datuma  $Ldt$

$RP_{n,Ldt}$  - Preostala vrijednost glavnice na datum  $Ldt$

### II. Procijenjena cijena

$$\hat{P}(\theta)_{n,Ldt} = \frac{100}{RP_{n,Ldt}} \times \sum_{c=1}^C CV_c \times \exp\left(\frac{-\overline{YTM}(\theta, CM_c) \times CM_c}{100}\right)$$

Formula 4

gdje su:

$C$	-	Kupon dužničke HOV $n$ , $C$ – ukupan broj kupona čiji je Datum kupona veći od datuma $Ldt$
$CV_c$	-	VrijednostKupona $_c = Kamata_c + Glavnica_c$
$CM_c$	-	$\frac{DatumKupona_c - Ldt}{365}$
$\overline{YTM}(\theta, CM_c)$	-	Procijenjena beskamatna stopa koristeći jednačinu 1 za dati $CM_c$ i vektor parametara $\theta$

### III. Ponder

$$w_{n,t} = \frac{\tanh\left(\frac{ID_{n,Ldt}}{\max(ID_{N,Ldt})}\right)}{\sum_{n=1}^N \tanh\left(\frac{ID_{n,Ldt}}{\max(ID_{N,Ldt})}\right)}$$

Formula 5

gdje su:

$ID_{n,Ldt}$	-	Inverzno Makulijevo trajanje dužničke HOV $n$ , izračunata koristeći formulu 6
$\tanh(x)$	-	Hiperbolični tangens

Makulijevo trajanje se računa koristeći slijedeću formulu :

$$D_{n,Ldt} = \frac{1}{PV_{n,Ldt_n}} \times \sum_{c=1}^C \frac{CM_c \times CV_c}{(1 + YTM_{n,Ldt_n})^{CM_c}}$$

Formula 6

gdje su:

$c$	-	Kupon dužničke HOV $n$ , $C$ – ukupan broj kupona čiji je Datum kupona veći od datuma $Ldt$
$CV_c$	-	VrijednostKupona $_c = Kamata_c + Glavnica_c$
$CM_c$	-	$\frac{DatumKupona_c - Ldt}{365}$
$YTM_{n,Ldt_n}$	-	Prinos do dospeljeća dužničke HOV $n$ ostvaren na datum $Ldt$
$PV_{n,Ldt_n}$	-	$\sum_{c=1}^C \frac{CV_c}{(1 + YTM_{n,Ldt_n})^{CM_c}}$

## Numerička optimizacija

Numerički problem, definisan u formuli 2, je nelinearna funkcija  $\theta$  parametara potrebnih u Svensonovom modelu. Za potrebe optimizacije, koristimo programski paket  $R^2$  i nelinearni metod optimizacije MMA (Method of Moving Asymptotes ) iz paketa  $NLOPTR^3$ .

Kao prvo, generisali smo 100,000 uniformno raspoređenih vrijednosti za vektor  $\theta$ , koristeći granice parametara definisane u Gilli and Schuman (2010)<sup>4</sup>, uz neznatno prilagođavanje prvog i drugog parametra na osnovu istorijskih podataka. Granice Svensonovih parametara su definisane u tabeli 1.

Parametar	Donji limit	Gornji limit
$\beta_0$	0	20
$\beta_1$	-20	30
$\beta_2$	-30	30
$\beta_3$	-30	30
$\tau_1$	0.01	3
$\tau_2$	3	6

Tabela 1

<sup>2</sup> R Core Team (2017). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. URL <https://www.R-project.org>

<sup>3</sup> Steven G. Johnson, The NLOpt nonlinear-optimization package, <http://ab-initio.mit.edu/nlopt>

<sup>4</sup> Manfred Gilli and Enrico Schumann, A note on 'good starting values' in numerical optimization, COMISEF Working Paper Series No. 044, 2010. Available from [http://comisef.eu/?q=working\\_papers](http://comisef.eu/?q=working_papers)

Nakon što smo učitali nasumični skup vektora  $\theta$ , kao i potrebne tržišne podatke o hartijama od vrijednosti na određeni datum trgovanja  $t$ , primijenjujemo slijedeće korake:

1. Procijena optimalne vrijednosti parametara  $\tau_1$  i  $\tau_2$ . Primjenjujući formulu 2 na svaki nasumični vektor  $\theta$  dobijamo vrijednosti problema minimizacije čiji rezultat sortiramo u opadajućem redosljedu. Optimalne vrijednosti vektora  $\hat{\tau}$  su one koje daju prvih 50 najmanjih rezultata optimizacije.
2. Sada imamo  $p$  optimalnih vrijednosti vektora  $\hat{\tau}$  za koje pokrećemo MMA nelinearni algoritam optimizacije sa funkcijom cilja definisanoj formulom 2. Drugim riječima, fiksiramo parametre  $\tau_1$  i  $\tau_2$  i procijenjujemo  $\hat{\beta}$  vektor koji se sastoji od  $\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  parametara. Granice vektora  $\hat{\beta}$  koje se prosljeđuju algoritmu optimizacije su definisane u tabeli 1 i proširene za ograničenje  $\beta_0 + \beta_1 \geq 0$ . Isto tako, početne vrijednosti vektora  $\hat{\beta}$  koje su potrebne algoritmu su prikazane u tabeli 2.

<i>Parametar</i>	<i>Početna vrijednost</i>
$\beta_0$	$( \text{YTM}[ \text{is.FirstMax}(\text{Duration}) ] - \text{YTM}[ \text{is.SecondMax}(\text{Duration}) ] ) / 2$
$\beta_1$	$-\max(\text{YTM})$
$\beta_2$	0
$\beta_3$	0

Tabela 2

3. Nakon što je optimizacija izvršena 50 puta, biramo optimalni vektor  $\hat{\theta}$  koji se sastoji od optimalnih vektora  $\hat{\beta}$  i  $\hat{\tau}$ , tj. onaj koji daje minimalni rezultat definisan formulom 2.